Sri Ramakrishna Ashrama Institute (High School)

Class-IX

বিষয় : গাণিত

নির্দিষ্ট একক : বহুপদী সংখ্যামালা

Sheet - 4

(Video - 2)

● তোমরা অষ্টম শ্রেণিতে বহুপদী সংখ্যামালার ভাগ শিখেছিলে। এখন যদি $4x^2 + x - 5$ কে $(x - 1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ও ভাগশেষ কত হবে তা নির্ণয় করতে হয় তাহলে ভাগ করতে হবে।

$$
\begin{array}{l}
x - 1)\ 4x^2 + x - 5\ (4x + 5 \\
\quad\ \ 4x^2 - 4x \\
\quad\ \ \underline{-\qquad +} \\
\qquad\qquad 5x - 5 \\
\qquad\qquad \underline{5x - 5} \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

এখানে ভাগশেষ 0 (শূন্য) অথবা ভাগশেষের মাত্রা < ভাজকের মাত্রা।

∴ এক্ষেত্রে বলা যেতে পারে যে $(x - 1)$, $4x^2 + x - 5$ এর একটি উৎপাদক এবং $4x^2 + x - 5$, $(x - 1)$-এর গুণিতক।

আবার একইভাবে $(4x + 5)$, $4x^2 + x - 5$ এর একটি উৎপাদক এবং $4x^2 + x - 5$, $(4x + 5)$ এর গুণিতক।

যদি ধরি, $f(x) = 4x^2 + x - 5$ এবং $g(x) = (x - 1)$ তবে $g(x)$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য হবে 1; কারণ $g(1) = 0$

এখন $f(1) = 4.(1)^2 + 1 - 5$

$= 5 - 5 = 0$

∴ এক্ষেত্রে $f(x) = 4x^2 + x - 5$ কে $g(x) = x - 1$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল $(4x + 5)$ পাওয়া গেল।

ধরি, $q(x) = 4x + 5$

∴ $f(x) = g(x) \times q(x) + f(1)$

● এখন যদি $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$ কে $g(x) = (x-1)$ দ্বারা ভাগ করা হয় তবে ভাগফল ও ভাগশেষ কি হবে তা নির্ণয় করতে হলে ভাগ করতে হবে।

$$
\begin{array}{l}
x - 1)\ 3x^2 + 5x + 1\ (3x + 8 \\
\quad\ \ 3x^2 - 3x \\
\quad\ \ \underline{-\qquad +} \\
\qquad\qquad 8x + 1 \\
\qquad\qquad 8x - 8 \\
\qquad\qquad \underline{-\quad +} \\
\qquad\qquad\quad 9
\end{array}
$$

∴ $3x^2 + 5x + 1 = (x - 1)(3x + 8) + 9$

অর্থাৎ, ভাজ্য = ভাজক x ভাগফল + ভাগশেষ

অর্থাৎ যদি $f(x)$ এবং $g(x)$ দুটি বহুপদী সংখ্যামালা হয়, এবং $g(x) \neq 0$ হয় তবে দুটি অনন্য বহুপদী সংখ্যামালা $q(x)$ এবং $r(x)$ পাওয়া যাবে যাতে $f(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$ হয় যেখানে $r(x) = 0$ অথবা $r(x)$ এর মাত্রা < $g(x)$-এর মাত্রা।

এখানে $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$, $g(x) = x - 1$ এবং $g(x)$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য 1

∴ $f(1) = 3(1)^2 + 5.1 + 1$

$= 9$

∴ $f(x) = g(x) \times (3x+8) + f(1)$

উপরের উদাহরণ থেকে দেখতে পাওয়া যাচ্ছে কোনো বহুপদী সংখ্যামালা f(x)- কে কোনো রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালা g(x) দিয়ে ভাগ করার ক্ষেত্রে ভাগ না করে খুব সহজেই ভাগশেষ নির্ণয় করা যায়।

SRAI

এই ভাগশেষ নির্ণয় করার সহজ পদ্ধতিটি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করতে হবে। ভাগশেষ উপপাদ্যটি দেখো।

● ভাগশেষ উপপাদ্য : $f(x)$ একটি বহুপদী সংখ্যামালা যার মাত্রা $n(n\geq1)$ এবং a যেকোনো একটি বাস্তব সংখ্যা। $f(x)$-কে $(x-a)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $f(a)$

প্রমাণ : ধরি, $f(x)$ একটি বহুপদী সংখ্যামালা।

$f(x)$- কে $(x-a)$ দিয়ে ভাগ করলে অনন্য ভাগফল $q(x)$ এবং অনন্য ভাগশেষ $r(x)$ পাওয়া যাবে।

$\therefore$ $f(x) = (x-a)\, q(x) + r(x)$ ..... (i) এবং $r(x) = 0$ অথবা $r(x)$- এর মাত্রা < $(x-a)$ এর মাত্রা।

$(x-a)$-এর মাত্রা 1 এবং $r(x)$-এর মাত্রা, $(x-a)$-র মাত্রার কম।

$\therefore$ $r(x)$- এর মাত্রা = 0 অথবা $r(x) = 0$

$\therefore$ $r(x)$ একটি ধ্রুবক সংখ্যা

ধরি, $r(x) = R$

(i) নং সমীকরণে $r(x) = R$ বসিয়ে পাই —

$f(x) = (x-a)\, q(x) + R$ (একটি একটি অভেদ)

$x = a$ বসিয়ে পাই, $f(a) = (a-a)\, q(a) + R$

$\therefore f(a) = R$ (প্রমাণিত)

● $(x - 3)$ দ্বারা $(x^3 - 6x^2 + 9x - 8)$ বহুপদী সংখ্যামালাকে ভাগ করলে ভাগশেষ কী হবে ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে নির্ণয় করো।

$(x - 3)$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য 3

ধরি, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগশেষ $= f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9\cdot3 - 8$

$= 27 - 54 + 27 - 8$

$= - 8$

● হিসাব করে দেখি $(x - 2)$, $f(x) = x^3 - x - 6$ এর উৎপাদক কিনা।

$(x - 2)$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য 2

$f(x) = x^3 - x - 6$

$f(2) = (2)^3 - 2 - 6$

$= 0$

$\therefore$ $(x-2)$, $f(x)$-এর একটি উৎপাদক।

● $(10x^3 - 11x^2 - 8x + 3)$ বহুপদী সংখ্যামালাটি $(2x - 3)$-এর গুণিতক কিনা যাচাই করো।

$2x - 3 = 0$

বা, $2x = 3$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

$\therefore$ $(2x - 3)$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য $\frac{3}{2}$

ধরি, $f(x) = 10x^3 - 11x^2 - 8x + 3$

$(2x - 3)$-এর গুণিতক $f(x)$ হবে যদি $f(\frac{3}{2}) = 0$ হয়

$f(\frac{3}{2}) = 10(\frac{3}{2})^3 - 11(\frac{3}{2})^2 - 8.\frac{3}{2} + 3$

$= 10 \times \frac{27}{8} - 11 \times \frac{9}{4} - 12 + 3$

$= \frac{135}{4} - \frac{99}{4} - 9$

$= \frac{36}{4} - 9$

$= 9 - 9$

$= 0$

$\therefore$ $f(x)$, $(2x - 3)$ এর গুণিতক।

SRAI

Home Work

1. ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে (x - 1) দ্বারা নীচের বহুপদী সংখ্যামালাগুলিকে ভাগ করলে কী কী ভাগশেষ পাওয়া যাবে তা নির্ণয় করো।

   i) $x^3 - 6x^2 + 13x + 60$, ii) $11x^3 - 12x^2 - x + 7$

2. ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে $p(x) = 4x^3 + 4x^2 - x - 1$ বহুপদী সংখ্যামালা $(2x + 1)$ এর গুণিতক কিনা যাচাই করো।

3. $(x - 4)$ দ্বারা $(ax^3 + 3x^2 - 3)$ এবং $(2x^3 - 5x + a)$ বহুপদী সংখ্যামালাদ্বয়কে ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে তবে a-এর মান কী হবে?

4. $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + b$ বহুপদী সংখ্যামালাকে $(x - 1)$ এবং $(x+1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে 5 এবং 19 হয়। ওই বহুপদী সংখ্যামালাকে $x + 2$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

5. $f(x) = ax^2 + bx + c$ এবং $f(0) = 2$, $f(1) = 1$ ও $f(4) = 6$ হলে a, b ও c-এর মান নির্ণয় করো।

- Student দের বুঝতে কোনো অসুবিধা হলে Comment Box-এ Comment করবে।
- Comment করার সময় নিজের নাম, Class, Roll No., Sec ও Phone No. দেবে যাতে Teacher সরাসরি যোগাযোগ করে নিতে পারেন।

SRAI