

# Sri Ramakrishna Ashrama Institute (High School)

## Class-IX

### বিষয় : গাণিত

### নির্দিষ্ট একক : বহুপদী সংখ্যামালা

### Sheet - 5

### (Video - 3)

- 100টি চকোলেট 25 জনের মধ্যে সমানভাগে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে 4টি করে চকোলেট পাবে।

এখানে ভাগশেষ = 0

∴ 25, 100-এর একটি উৎপাদক।

আবার  $(6x^2 + 7x - 5)$  টাকা  $(3x + 5)$  জনের মধ্যে সমানভাগে ভাগ করে দেবার পর কত টাকা অবশিষ্ট থাকবে তা নির্ণয় করতে হলে ভাগ করতে হবে।

$$3x + 5 \overline{) 6x^2 + 7x - 5}$$

$$6x^2 + 10x$$

$$\underline{- \quad -}$$

$$- 3x - 5$$

$$- 3x - 5$$

$$\underline{+ \quad +}$$

$$0$$

এক্ষেত্রেও, ভাগশেষ = 0

∴  $(3x + 5)$ ,  $(6x^2 + 7x - 5)$  এর একটি উৎপাদক।

তাহলে বলা যেতে পারে  $(3x + 5)$  রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালাটি  $6x^2 + 7x - 5$  বহুপদী সংখ্যামালার একটি উৎপাদক হলে অপর একটি বহুপদী সংখ্যামালা  $(2x - 1)$  পাওয়া যাবে যাতে,  $6x^2 + 7x - 5 = (3x + 5)(2x - 1)$  হবে।

অর্থাৎ, বহুপদী সংখ্যামালা  $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক  $(x - a)$  হবে যদি  $f(a) = 0$  হয় এবং  $f(a) = 0$  হলে  $(x - a)$ ,  $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক হবে।

- কোনো বহুপদী সংখ্যামালার সঙ্গে কোনো রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার উৎপাদক হওয়ার শর্ত যুক্তি দিয়ে প্রমাণের জন্য গুণনীয়ক উপপাদ্যটি দেখো।

### গুণনীয়ক উপপাদ্য (Factor Theorem) :

যদি  $f(x)$  কোনো একটি বহুপদী সংখ্যামালা যার মাত্রা  $n(n \geq 1)$  এবং  $a$  যেকোনো একটি বাস্তব সংখ্যা হয়,

তাহলে (i)  $(x - a)$ ,  $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক হবে যদি  $f(a) = 0$  হয়,

এবং (ii)  $f(a) = 0$  হবে যদি  $(x - a)$ ,  $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক হয়।

প্রমাণ : ভাগশেষ উপপাদ্য থেকে বলা যেতে পারে, একটি বহুপদী সংখ্যামালা  $f(x)$  কে  $(x - a)$  দিয়ে ভাগ করলে একটি সংখ্যামালা

$$q(x) \text{ পাওয়া যাবে যাতে } f(x) = (x - a)q(x) + f(a) \text{ হবে।}$$

(i) যদি  $f(a) = 0$  হয়, তবে  $f(x) = (x - a)q(x)$  হবে।

∴  $(x - a)$ ,  $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক।

(ii) আবার যদি  $(x - a)$ ,  $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক হয়, তাহলে একটি বহুপদী সংখ্যামালা  $g(x)$  পাওয়া যাবে

$$\text{যাতে } f(x) = (x - a)g(x) \text{ হবে।}$$

$$x = a \text{ বসিয়ে পাই, } f(a) = (a - a)g(a) = 0 \text{ [ প্রমাণিত ]}$$

- গুণনীয়ক উপপাদ্যের সাহায্যে  $f(x) = 3x^3 + x^2 - 20x + 12$ -এর একটি উৎপাদক  $g(x) = 3x - 2$  কিনা যাচাই করো।

$3x - 2$  বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য  $\frac{2}{3}$

$$f(x) = 3x^3 + x^2 - 20x + 12$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 20\left(\frac{2}{3}\right) + 12$$

$$= 3 \times \frac{8}{27} + \frac{4}{9} - \frac{40}{3} + 12$$

$$= \frac{8}{9} + \frac{4}{9} - \frac{40}{3} + 12$$

$$= \frac{8 + 4 - 120 + 108}{9}$$

$$= \frac{120 - 120}{9}$$

$$= 0$$

$\therefore (3x - 2), (3x^3 + x^2 - 20x + 12)$ -এর একটি উৎপাদক।

- K-এর মান কত হলে  $f(x) = 2x^3 + Kx^2 + 11x + K + 3$  বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক  $2x - 1$  হবে?

$$2x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$\therefore (2x - 1), f(x)$ -এর একটি উৎপাদক,

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\therefore 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + K\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 11 \cdot \frac{1}{2} + K + 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \times \frac{1}{8} + \frac{1}{4}K + \frac{11}{2} + K + 3 = 0$$

$$\text{বা, } K + \frac{1}{4}K = \frac{1}{4} - \frac{11}{2} - 3$$

$$\text{বা, } \frac{5}{4}K = \frac{-1 - 22 - 12}{4}$$

$$\text{বা, } 5k = -35$$

$$\text{বা, } k = -7$$

$\therefore K = -7$  হলে  $(2x - 1), 2x^3 + Kx^2 + 11x + K + 3$ -এর একটি উৎপাদক হবে।

- n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা (যুগ্ম বা অযুগ্ম) হলে দেখাও যে  $x^n - y^n$  বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক  $x - y$ ।

ধরি,  $x^n - y^n$  কে  $x - y$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল Q এবং  $x$  বর্জিত ভাগশেষ R

$$\therefore x^n - y^n = (x - y) \times Q + R \quad [\text{এটি একটি অভেদ}]$$

যেহেতু R ভাগশেষটি  $x$  বর্জিত, সুতরাং  $x$ -এর মান যাই হোক না কেন, তাতে R-এর মান পরিবর্তিত হবে না। তাই উপরের অভেদ  $x$ -এর জায়গায়  $y$  লিখে পাই —

$$y^n - y^n = (y - y) \times Q + R$$

$$\text{বা, } 0 = 0 \times Q + R$$

$$\therefore R = 0$$

সুতরাং  $x^n - y^n$  বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক  $x - y$  যখন n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

## Home Work

1. গুণনীয়ক উপপাদ্য ব্যবহার করে  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 11x - 30$  বহুপদী সংখ্যামালার একটি উৎপাদক  $g(x) = x + 5$  হয় কিনা যাচাই করো।
2.  $K$ -এর মান কত হলে  $f(x) = 2x^4 + x^3 - Kx^2 - x + 6$  বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক  $g(x) = 2x - 3$  হবে?
3.  $x^3 + 3x^2 + 20x + b$  বহুপদী সংখ্যামালার দুটি উৎপাদক  $(x+1)$  এবং  $(x+2)$  হলে,  $a$  ও  $b$ -এর মান কত হবে?
4.  $ax^3 + bx^2 + x - 6$  বহুপদী সংখ্যামালাকে  $(x - 2)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 4 হয় এবং এই বহুপদী সংখ্যামালার একটি উৎপাদক  $x + 2$  হলে  $a$  ও  $b$ -এর মান কত হবে?
5.  $n$  যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা (যুগ্ম বা অযুগ্ম) হলে দেখাও যে  $x^n + y^n$  বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক কখনোই  $x - y$  হবে না।

- Student দেব বুঝতে কোনো অসুবিধা হলে Comment Box-এ Comment করবে।
- Comment করার সময় নিজের নাম, Class, Roll No., Sec ও Phone No. দেবে যাতে Teacher সরাসরি যোগাযোগ করে নিতে পারেন।