

Sri Ramakrishna Ashrama Institute (High School)

Class-X

বিষয় : গণিত

একক : গোলকের ঘনফলের সূত্র

Study Sheet - 5

পর্ব - 1 (ভিডিও)



1. (i) গোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে, তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গএকক।

(ii) গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল সত্যিই $4\pi r^2$ বর্গএকক?

পরীক্ষা করা যাক।

$$4\pi r^2 = \pi(2r)^2$$

- একটা রবারের বল নাও।
- সূতো দিয়ে তার পরিধি মেপে, তার ব্যাসার্ধ বের করে নাও।
- সেই ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্যকে ব্যাসার্ধ ধরে একটা পাতলা কাগজের উপর একটা বৃত্ত আঁকো।
- এবার বৃত্তাকার কাগজটাকে কাঁচি দিয়ে কেটে নাও।
- এই বৃত্তাকার কাগজটাকে টুকরো টুকরো করে কেটে আঠা দিয়ে বলের বক্রতলে জুড়তে থাকো।
- দেখবে, বলের বক্রতলে টুকরো কাগজগুলো পুরোপুরি কাপেটভাবে জোড়া গেছে।

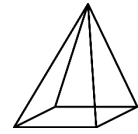
এই পরীক্ষা থেকে তোমরা বুঝতে পারছো গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গএকক। কারণ, গোলক আকার বলের ব্যাসার্ধ r একক হলে, যে বৃত্তাকার কাগজ কেটেছো তার ব্যাসার্ধ $2r$ একক। বৃত্তাকার কাগজের ক্ষেত্রফল $\pi(2r)^2$ বর্গএকক $= 4\pi r^2$ বর্গএকক। বৃত্তাকার কাগজ টুকরো টুকরো করে বলের বক্রতলে আঠা দিয়ে জুড়ে দেখা গেল ভরাট হয়ে গেছে। সুতরাং, আমরা বুঝতে পারছি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গএকক।

মনে রেখো, এটা একটা পরীক্ষা, প্রমাণ নয়।

পিরামিড তোমাদের সিলেবাসে নেই।

পিরামিডের ঘনফলের সূত্র :

$$\frac{1}{3} \times \text{ভূমির ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান} \times \text{উচ্চতার সাংখ্যমান ঘন একক}$$



লক্ষ করো, গোলক এক প্রকার পিরামিড।

- একটা কাঠের গোলককে আমরা ঠিক মাঝখান থেকে ছেদ করলাম। পেলাম অর্ধগোলক।



- অর্ধগোলকের ঠিক মাঝখান থেকে (কেন্দ্রগামী) ছেদ করলাম।
পেলাম অর্ধগোলকের অর্ধেক।



- এবার এর একটা টুকরোর আবার মাঝখান থেকে (কেন্দ্রগামী) ছেদ করলাম।
পেলাম অর্ধগোলকের চারভাগের এক ভাগ।



- এভাবে টুকরো করতে থাকলাম। আমরা পাশের চিত্রের মতো পিরামিড আকারের টুকরো পাবো।



- সম্পূর্ণ কাঠের গোলকটা এরকম টুকরো করলে আমরা অনেক ছোটো ছোটো পিরামিড পাবো।



- প্রতিটা কাঠের পিরামিডের উচ্চতা কাঠের গোলকের ব্যাসার্ধের সমান হবে।
- কাঠের গোলকে ব্যাসার্ধ ধরি r একক। অতএব পিরামিড আকারের কাঠের টুকরোগুলোর উচ্চতা r একক।
- এভাবে টুকরো করে পাওয়া পিরামিডের ভূমি সমতল নয়, উত্তল তল।
- টুকরো যত বেশি হবে পিরামিডের ভূমি সমতলের সঙ্গে প্রায় মিশে যাবে।
- পিরামিড আকারে টুকরোগুলোর ভূমির ক্ষেত্রফল ভিন্ন হলে, ধরি, ক্ষেত্রফলগুলির সাংখ্যমান $a_1, a_2, a_3, \dots$ ।
- পিরামিড আকারের টুকরোগুলোর মোট ঘনফল কাঠের গোলকের ঘনফলের সমান।
- কাঠের গোলকের ঘনফল

$$= \left\{ \left(\frac{1}{3} \times a_1 \times r \right) + \left(\frac{1}{3} \times a_2 \times r \right) + \left(\frac{1}{3} \times a_3 \times r \right) + \dots \right\} \text{ ঘনএকক}$$

$$= \frac{r}{3} (a_1 + a_2 + a_3 + \dots) \text{ ঘনএকক}$$

$$= \frac{r}{3} \times (\text{গোলকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান}) \text{ ঘনএকক}$$

$$= \frac{r}{3} \times 4\pi r^2 \text{ ঘনএকক}$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘনএকক}$$

সুতরাং গোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে, গোলকের ঘনফল $\frac{4}{3} \pi r^3$ ঘনএকক।

মনে রেখো, এটাও প্রমাণ নয়, পরীক্ষা।

